BAB I
MATRIKS DAN EKSPLORASINYA

A. Pendahuluan

Aplikasi matriks banyak dijumpai dalam kehidupan sehari-hari, disadari atau tidak, penggunaan aplikasi tersebut banyak dimanfaatkan dalam menyelesaikan masalah-masalah yang berhubungan dengan kehidupan sehari-hari, misalnya pada aplikasi perbankan yang senantiasa berkutak atik dengan angka-angka, dalam dunia olahraga penentuan klasemen suatu pertandingan.

B. Pengertian Matriks

Matriks adalah jajaran empat persegi panjang dari bilangan-bilangan. Bilangan-bilangan dalam jajaran tersebut disebut entri dari matriks (Rorres, 2004: 28). Sementara itu (Kartono, 2004: 37) mendefinisikan matriks sebagai obyek (bilangan riil atau kompleks), variabel-variabel atau operator-operator dan sebagainya) yang disusunkan secara persegi panjang (yang terdiri dari baris dan kolom) yang biasanya dibatasi dengan tanda kurung siku atau biasa. Banyaknya baris dan banyaknya kolom menentukan ukuran (ordo) sebuah matriks.

Pandang matriks $A = [a_{ij}], i = 1, 2, 3, \dots m$ dan $i = 1, 2, 3, \dots n$

Bentuk umumnya:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

C. Operasi Matriks dan Aplikasi Maple

1. Kesamaan Matriks

Suatu matriks dikatakan sama (setara) jika keduanya memiliki ukuran yang sama dan entri-entrinya yang bersesuaian adalah sama (Rorres, 2004: 28). Dalam notasi matriks dapat dinyatakan, jika $A = [a_{ij}]$ dan $B = [b_{ij}]$ memiliki ukuran yang sama, maka A=B jika dan hanya jika $(A)_{ij} = (B)_{ij}$ atau $a_{ij} = b_{ij}$ untuk semua i dan j.

Contoh 1: Perhatikan Matriks-matriks

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & x \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

Jika x = 5, maka A=B, tetapi untuk semua nilai x yang lain matriks A dan B tidak setara, karena tidak semua entri keduanya yang bersesuaian adalah sama. Tidak ada nilai untuk x di mana A = C, karena A dan C memiliki ukuran yang berbeda.

Aplikasi 1

Mengecek kesamaan matriks dengan maple

> with(LinearAlgebra):

> R := Vector[row]([1/2,3/2,-1/5,3/5],datatype=rational);

$$R{:}\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & -\frac{1}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

> F := Vector[row]([0.5,1.5,-0.2,0.6],datatype=sfloat);

$$F{:}\begin{bmatrix} 0{,}5 & 1{,}5 & -0{,}2 & 0{,}6 \end{bmatrix}$$

> Equal(R,F);

true

> Equal(R,F,compare=all);

false

2. Penjumlahan Matriks

Jika A dan B adalah matriks-matriks dengan ukuran yang sama, maka ***jumlah*** (sum) A + B adalah matriks yang diperoleh dengan menjumlahkan entri-entri pada B dengan entri-entri yang bersesuaian pada A dan selisi (difference) A – B adalah matriks yang diperoleh dengan mengurangkan entri-entri yang bersesuaian pada B. Matriks dengan ukuran yang berbeda tidak dapat dijumlahkan atau dikurangkan.

Dalam notasi $A = [a_{ij}]$ dan $B = [b_{ij}]$ memiliki ukuran yang sama, maka A+B $(A)_{ij} + (B)_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ dan $(A)_{ij} - (B)_{ij} = a_{ij} - b_{ij}$

<u>Contoh 2:</u> Perhatikan Matriks-matriks

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Maka: $A + B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 5 \\ 8 & 5 & 0 \end{bmatrix}$

<u>Aplikasi 2</u>

Penjumlahan dan pengurangan matriks

```
> with(LinearAlgebra):
> A:=Matrix(<< 4 | 3 | 5 | 3 >,< 2 | 4 | 5 | 5 >>);
```

$$A := \begin{bmatrix} 4 & 3 & 5 & 3 \\ 2 & 4 & 5 & 5 \end{bmatrix}$$

```
> B:=Matrix(<< 2 | 3 | 5 | 3 >,< 2 | 4 | 5 | 4 >>);
```

$$B := \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 3 \\ 2 & 4 & 5 & 4 \end{bmatrix}$$

```
> A+B;
```

$$\begin{bmatrix} 6 & 6 & 10 & 6 \\ 4 & 8 & 10 & 9 \end{bmatrix}$$

> A-B;

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Perkalian Matriks

Jika A adalah matriks m x r dan B adalah matriks r x n maka hasil kali (product) AB adalah matriks m x n yang entri-entrinya ditentukan sebagai berikut: Untuk mencari entri-entri pada baris ke I dan kolom j dari AB, pisahkanlah baris I dari matriks A dan kolom j dari matriks B. kalikan entri-entri yang bersesuaian dari baris dan kolom tersebut dan kemudian jumlahkan hasil yang diperoleh.

<u>Contoh 3:</u> Perhatikan Matriks-matriks

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 6 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$$

Maka: $A.B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

<u>Aplikasi 3</u>

Penjumlahan dan pengurangan matriks

> with(LinearAlgebra):

> A:=Matrix(<< 1 | 2 | 4 >,< 2 | 6 | 0 >>);

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

> B:=Matrix(<< 1 | 1 >,< 2 | 1 >,< 1 | 0 >>);

$$B := \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

> A.B;

$$\begin{bmatrix} 9 & 3 \\ 14 & 8 \end{bmatrix}$$

4. Determinan Matriks

Misalkan A adalah suatu matriks bujursangkar. Fungsi determinan (determinant fuction) dinotasikan det dan kita mendefinisikan det(A) sebagai jumlah dari semua hasilkali elementer bertanda dari A. Angka det(A) disebut determinan dari A (determinant of A).

Contoh 4: Perhatikan Matriks-matriks

Maka:

Aplikasi 4

Perhatikan Matriks-matriks

Tentukan nilai dari det(A)

> with(LinearAlgebra):

> > A:=Matrix(<< -1|1|2 >,<3|0|-5>,< 1|7|2>>);

$$A := \begin{bmatrix} K1 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & K5 \\ 1 & 7 & 2 \end{bmatrix}$$

> det(A);

-4

5. Invers Matriks

Jika A adalah suatu yang dapat balik, maka:

<u>Contoh 5:</u> Perhatikan Matriks

Tentukan invers (A):

Penyelesaian:

Dengan menggunakan metode sarrus diperoleh

det (A) = - 4

$$\text{Adj (A)} = \begin{bmatrix} 35 & 12 & K5 \\ K11 & K4 & 1 \\ 21 & 8 & K3 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

A^{-1} = -

Aplikasi 5

Soal yang sama di atas

```
> with(LinearAlgebra):
> B:=Matrix(<< -1 | 1 | 2 >,        < 3 | 0 | -5 >,
< 1 | 7 | 2 >>);
```

$$B := \begin{bmatrix} \mathrm{K}\,1 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & \mathrm{K}\,5 \\ 1 & 7 & 2 \end{bmatrix}$$

```
> inverse(B);
```

$$\begin{bmatrix} \frac{\mathrm{K}\,35}{4} & \mathrm{K}\,3 & \frac{5}{4} \\ \frac{11}{4} & 1 & \frac{\mathrm{K}\,1}{4} \\ \frac{\mathrm{K}\,21}{4} & \mathrm{K}\,2 & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$$

D. Kesimpulan

Banyak kemudahan yang kita dapatkan dari aplikasi penggunaan maple 10, sehingga memudahkan menyelesaikan soal-soal yang berhubungan dengan materi matriks, terkhusus matriks yang berukuran besar atau matriks yang mempunyai elemen-elemen yang besar.

Latihan: