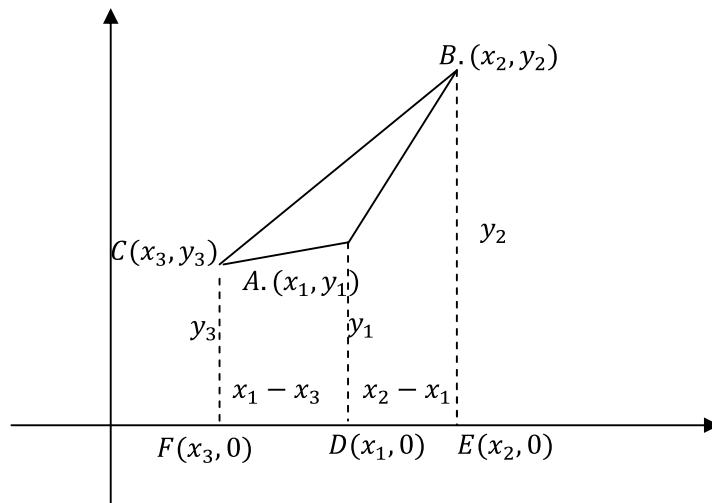


## BAB V APLIKASI DETERMINAN UNTUK MENENTUKAN KURVA DAN PERMUKAAN

Determinan dapat digunakan untuk membentuk garis, lingkaran, penampang kerucut, bidang dan bola yang melalui titik tertentu.

### A. Luas Segitiga

Jika sebuah segitiga yang sudut-sudutnya  $A. (x_1, y_1)$ ,  $B. (x_2, y_2)$  dan  $C. (x_3, y_3)$   
Secara geometri:



Dengan menggunakan luas trapesium diperoleh luas segitiga  $ABC$  adalah:

$$\begin{aligned}
 \text{luas } ABC &= \text{Luas } FEBC - \text{Luas } FDAC - \text{Luas } DEBA \\
 &= \frac{(x_2 - x_3)(y_2 + y_3)}{2} - \frac{(x_1 - x_3)(y_1 + y_3)}{2} - \frac{(x_2 - x_1)(y_1 + y_2)}{2} \\
 &= \frac{1}{2} \{ \cancel{x_2 y_2} + x_2 y_3 - x_3 y_2 - \cancel{x_3 y_3} - \cancel{x_1 y_1} - x_1 y_3 + x_3 y_1 + \cancel{x_3 y_3} \\
 &\quad - x_2 y_1 - \cancel{x_2 y_2} + \cancel{x_1 y_1} + x_1 y_2 \} \\
 &= \frac{1}{2} \{ (x_2 y_3 - x_3 y_2) - (x_1 y_3 - x_3 y_1) + (x_1 y_2 - x_2 y_1) \} \\
 &= \frac{1}{2} \left\{ \begin{vmatrix} x_2 & x_3 \\ y_2 & y_3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x_1 & x_3 \\ y_1 & y_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{vmatrix} \right\} \\
 &= \frac{1}{2} \det \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Perhatikan bahwa jika  $A$  berada di atas garis  $BC$  maka luas itu sama dengan negatif dari determinannya. ▲

*Aplikasi Maple:*

>  $C := \text{matrix}(3, 3, [1, 1, 1, x1, x2, x3, y1, y2, y3]);$

$$C := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{bmatrix}$$

>  $1/2 * \det(C) = 0;$

$$\frac{1}{2}x_2y_3 - \frac{1}{2}x_3y_2 - \frac{1}{2}x_1y_3 + \frac{1}{2}x_1y_2 + \frac{1}{2}y_1x_3 - \frac{1}{2}y_1x_2 = 0$$

*Luas Segitiga yang melewati titik  $A(0,0)$ ,  $B(4,0)$  dan  $C(0,4)$*

>  $x1 := 0; y1 := 0; x2 := 4; y2 := 0; x3 := 0; y3 := 4;$

$$x_1 := 0$$

$$y_1 := 0$$

$$x_2 := 4$$

$$y_2 := 0$$

$$x_3 := 0$$

$$y_3 := 4$$

>  $1/2 * \det(C);$

8

## B. Persamaan garis yang melalui dua titik yang berbeda

Misalkan diberikan dua buah titik yang berbeda di dalam bidang masing-masing  $(x_1, y_1)$ , dan  $(x_2, y_2)$  maka ada sebuah garis lurus yang unik melalui titik  $(x, y)$  dengan persamaan

$$ax + by + c = 0$$

Ingat persamaan garis yang melalui dua buah titik  $(x_1, y_1)$ , dan  $(x_2, y_2)$  adalah:

$$y - y_1 = m(x - x_1) \text{ dimana } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Sehingga diperoleh:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - y_1 = \left( \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) (x - x_1)$$

$$(x_2 - x_1)(y - y_1) = (y_2 - y_1)(x - x_1)$$

$$(x_2 - x_1)(y - y_1) - (y_2 - y_1)(x - x_1) = 0$$

$$x_2y - x_2y_1 - x_1y + \cancel{x_1y_1} - xy_2 + x_1y_2 + xy_1 - \cancel{x_1y_1} = 0$$

$$(x_1y_2 - x_2y_1) - (xy_2 - x_2y) + (xy_1 - x_1y) = 0$$

Sehingga:

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x & y \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & y \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\det \begin{bmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{bmatrix}$$

Contoh:

Tentukan persamaan garis yang melalui titik (-1,2) dan (3,5)

Aplikasi Maple

```
> restart;
```

```
> with(linalg):
```

```
Warning, the protected names norm and trace have been
redefined and unprotected
```

```
> A:=matrix(3,3,[x,y,1,x1,y1,1,x2,y2,1]);
```

$$A := \begin{bmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{bmatrix}$$

```
> det(A)=0;
```

$$x y_1 - x_1 y_2 - x_1 y_2 + x_2 y_1 + x_2 y_1 - x_2 y_1 = 0$$

```
> x1:=-1;y1:=2;x2:=3;y2:=5;
```

$$x_1 := -1$$

$$y_1 := 2$$

$$x_2 := 3$$

$$y_2 := 5$$

```
> det(A)=0;
```

$$-3x + 4y - 11 = 0$$

### C. Persamaan lingkaran yang melalui tiga titik

Misalkan diberikan tiga titik yang berbeda di dalam bidang masing-masing  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  dan  $(x_3, y_3)$  yang tidak semuanya terletak pada sebuah garis. Menurut ilmu analitis, ada sebuah lingkaran unik yang melalui titik  $(x, y)$  dengan persamaan

$$a(x^2+y^2) + bx + cy + d = 0$$

Yang melalui ketiga titik itu. Persamaan garis ini dapat ditentukan dengan menggunakan determinan yaitu:

$$\det \begin{bmatrix} x^2 + y^2 & x & y & 1 \\ x_1^2 + y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2 + y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3^2 + y_3^2 & x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}$$

Contoh:

Tentukan persamaan lingkaran yang melalui titik  $(2,-2)$ ,  $(-4,6)$  dan  $(3,4)$

Aplikasi Maple:

```
> restart;
```

```
> with(linalg):
```

```
Warning, the protected names norm and trace have been redefined and unprotected
```

```
> A:=matrix(4,4,[x^2+y^2, x, y, 1, x1^2+y1^2, x1, y1, 1, x2^2+y2^2, x2, y2, 1, x3^2+y3^2, x3, y3, 1]);
```

$$A := \begin{bmatrix} x^2 + y^2 & x & y & 1 \\ x_1^2 + y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2 + y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3^2 + y_3^2 & x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}$$

```
> det(A)=0:
```

```
> x1:=2;y1:=-2;x2:=-4;y2:=6;x3:=3;y3:=4;
```

$$x_1 := 2$$

$$y_1 := -2$$

$$x_2 := -4$$

$$y^2 := 6$$

$$x^3 := 3$$

$$y^3 := 4$$

>  $\det(A)=0$ ;

$$K 44 x^2 K 44 y^2 K 128 x C 146 y C 900 = 0$$

#### D. Persamaan Kerucut Melalui lima titik

Persamaan umum dari penampang kerucut yang melalui titik  $(x, y)$  dalam sebuah bidang, misalkan parabola, hiperbola atau ellips dinyatakan dengan persamaan:

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$$

Misalkan diberikan lima titik  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4)$  dan  $(x_5, y_5)$

Persamaan garis ini dapat ditentukan dengan menggunakan determinan yaitu:

$$\det \begin{bmatrix} x^2 & xy & y^2 & x & y & 1 \\ x_1^2 & x_1 y_1 & y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2 & x_2 y_2 & y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3^2 & x_3 y_3 & y_3^2 & x_3 & y_3 & 1 \\ x_4^2 & x_4 y_4 & y_4^2 & x_4 & y_4 & 1 \\ x_5^2 & x_5 y_5 & y_5^2 & x_5 & y_5 & 1 \end{bmatrix}$$

Contoh:

Carilah persamaan kerucut yang melalui titik-titik  $(0, -1), (2, 0), (4, -1), (2, -5)$  dan  $(0, 0)$

*Diserahkan kepada mahasiswa untuk menyelesaikan:*

#### E. Persamaan Bidang yang melalui tiga titik

Persamaan bidang yang melalui titik  $(x, y, z)$  dalam ruang dimensi-3 adalah:

$$ax + by + cz + d = 0$$

Misalkan diberikan tiga titik yang tak koliner di ruang dimensi-3 yaitu  $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2)$ , dan  $(x_3, y_3, z_3)$  Persamaan garis ini dapat ditentukan dengan menggunakan determinan yaitu:

$$\det \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{bmatrix}$$

Contoh:

Carilah persamaan bidang dalam ruang dimensi-3 yang melalui titik (1, 2, 1), (2, 3, 1) dan (2, -1, -1)

***Diserahkan kepada mahasiswa untuk menyelesaikan:***

This document was created with Win2PDF available at <http://www.daneprairie.com>.  
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.