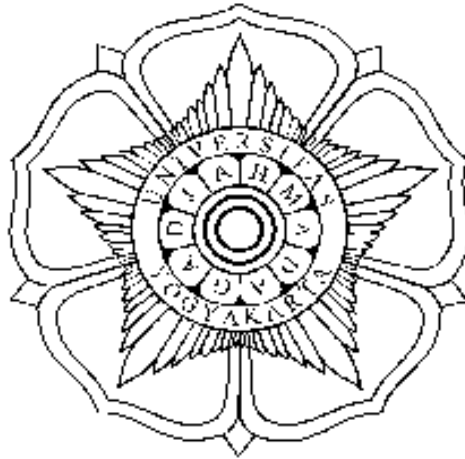


TEORI GRUP BERHINGGA

DIHEDRAL GROUP



Dosen Pengampu :
Dra. Diah Junia Eksi Palupi, MS

DISUSUN OLEH:

Nama : Muh. Zaki Riyanto
Nim : 02/156792/PA/08944
Program Studi : Matematika

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS GADJAH MADA
D.I. YOGYAKARTA
2007**

Grup Dihedral ke-n D_n merupakan grup yang terdiri dari simetri-simetri n -segibanyak (n -poligon) yang teratur. Sebelum melangkah lebih jauh tentang grup dihedral, akan dibahas terlebih dahulu mengenai grup simetrik.

Definisi 1. (*permutasi*)

Suatu *permutasi* himpunan A adalah fungsi dari A ke A yang bersifat satu-satu dan pada (*onto*).

Teorema 1.

Diberikan A himpunan tak kosong dan S_A adalah koleksi semua permutasi untuk A . Maka S_A merupakan suatu grup terhadap operasi pergandaan permutasi.

Definisi 2. (*Grup Simetrik*)

Diberikan A himpunan berhingga $\{1, 2, \dots, n\}$. Grup semua permutasi untuk A disebut *grup simetrik* pada n huruf, dan dilambangkan dengan S_n .

Perhatikan bahwa S_n mempunyai $n!$ elemen, yaitu $n! = (n)(n-1)(n-2)\dots(3)(2)(1)$.

Contoh 1. Perhatikan grup S_3 dari $3! = 6$ elemen. Diberikan himpunan $A = \{1, 2, 3\}$. Maka permutasi – permutasi pada A adalah sebagai berikut :

$$\rho_0 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\rho_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\rho_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

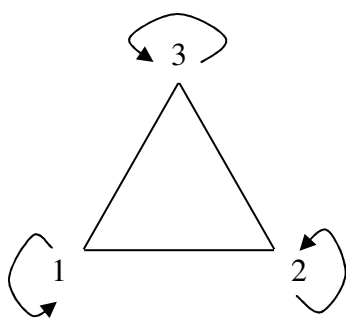
$$\rho_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\rho_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\rho_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

	ρ_0	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	ρ_5
ρ_0	ρ_0	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	ρ_5
ρ_1	ρ_1	ρ_2	ρ_0	ρ_5	ρ_3	ρ_4
ρ_2	ρ_2	ρ_0	ρ_1	ρ_4	ρ_5	ρ_3
ρ_3	ρ_3	ρ_4	ρ_5	ρ_0	ρ_1	ρ_2
ρ_4	ρ_4	ρ_5	ρ_3	ρ_2	ρ_0	ρ_1
ρ_5	ρ_5	ρ_3	ρ_4	ρ_1	ρ_2	ρ_0

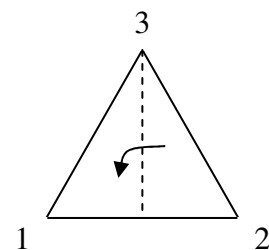
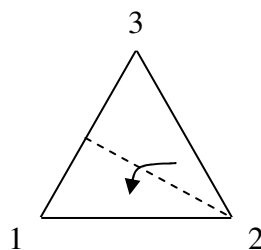
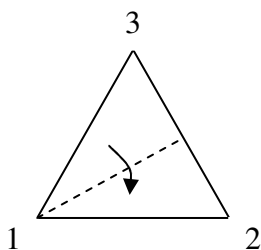
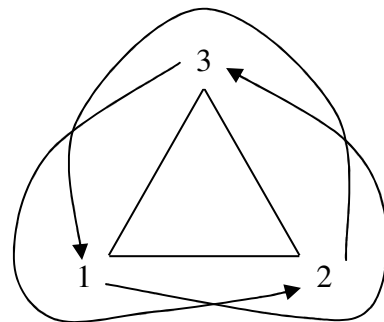
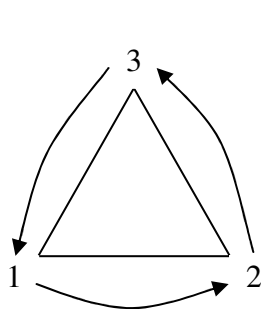
Perhatikan grup dihedral D_3 yang terdiri dari simetri-simetri segitiga sama sisi. Notasi-notasi ρ_i untuk rotasi dan μ_i untuk bayangan cermin pada garis-garis bagi sudut-sudut. Notasi D_3 untuk grup dihedral ketiga.



$$\rho_0 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\rho_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\rho_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$



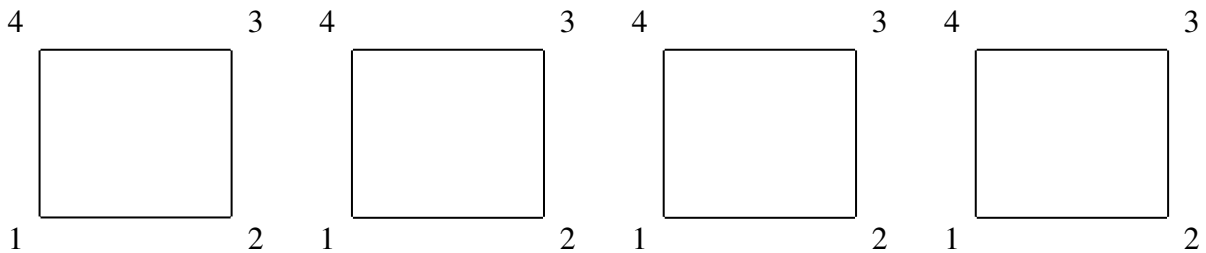
$$\rho_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\rho_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\rho_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad 3$$

Dapat dilihat bahwa $\rho_3 = \mu_1$, $\rho_4 = \mu_2$, dan $\rho_5 = \mu_3$.

Contoh 2. Diberikan elemen-elemen grup dihedral D_4 sebagai berikut :

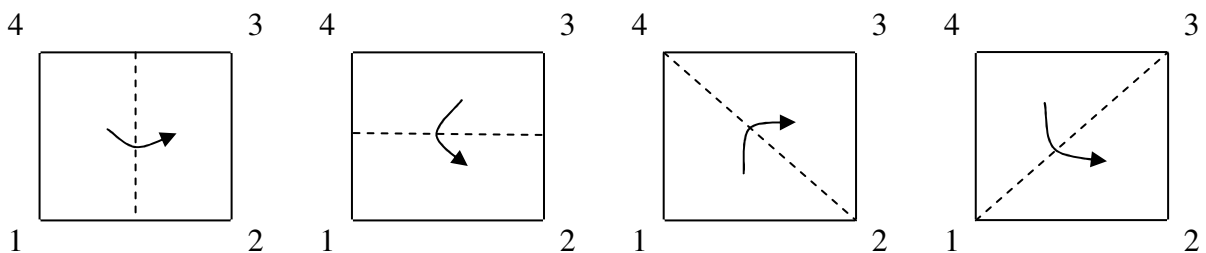


$$\rho_0 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\rho_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\rho_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\rho_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$



$$\mu_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\mu_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

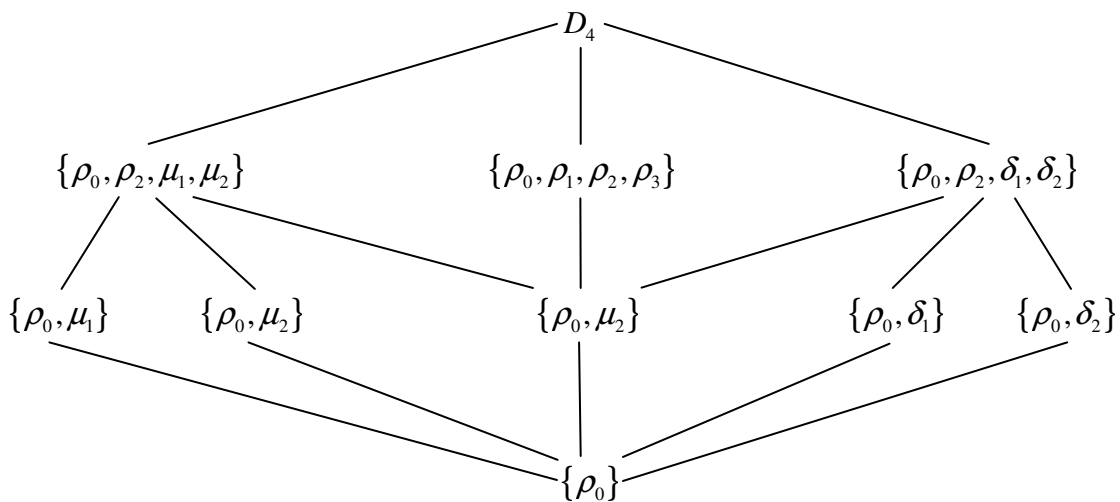
$$\delta_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\delta_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

(ρ_i adalah rotasi-rotasi, μ_i adalah bayangan cermin terhadap bisector-bisektor sisi-sisi tegak lurus dan δ_i adalah bayangan cerin terhadap diagonal-diagonal). Perhatikan bahwa D_4 tidak komutatif, dengan tabel dapat ditunjukkan sebagai berikut :

	ρ_0	ρ_1	ρ_2	ρ_3	μ_1	μ_2	δ_1	δ_2
ρ_0	ρ_0	ρ_1	ρ_2	ρ_3	μ_1	μ_2	δ_1	δ_2
ρ_1	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_0	δ_1	δ_2	μ_2	μ_1
ρ_2	ρ_2	ρ_3	ρ_0	ρ_1	μ_2	μ_1	δ_2	δ_1
ρ_3	ρ_3	ρ_0	ρ_1	ρ_2	δ_2	δ_1	μ_1	μ_2
μ_1	μ_1	δ_2	μ_2	δ_1	ρ_0	ρ_2	ρ_3	ρ_1
μ_2	μ_2	δ_1	μ_1	δ_2	ρ_2	ρ_0	ρ_1	ρ_3
δ_1	δ_1	μ_1	δ_2	μ_2	ρ_1	ρ_3	ρ_0	ρ_2
δ_2	δ_2	μ_2	δ_1	μ_1	ρ_3	ρ_1	ρ_2	ρ_0

Jika digambarkan menggunakan diagram lattice untuk subgrup-subgrup D_4 , adalah sebagai berikut :



DAFTAR PUSTAKA

Fraleigh, John B., 2000, *A First Course in Abstract Algebra: Sixth Edition*, Addison-Wesley Publishing Company, Singapore.